

---

# Autokorrelation oder die Problematik, Risiken für 250 Tage zu quantifizieren

## Über den Autor



Diplom-Wirtschaftsmathematiker **Markus Heinrich** ist Geschäftsführer der Roland Eller Consulting GmbH und der Roland Eller Training GmbH. Er trainiert Banken, Sparkassen, Fondsgesellschaften und Versicherungen in den Bereichen derivative Finanzinstrumente und Risikosteuerung und -management. Er berät Kreditinstitute bei der Implementierung der quantitativen Institutssteuerung und des Markt- und Kreditrisikocontrollings wie auch in der Umsetzung der Mindestanforderungen an das Risikomanagement. Bis 1998 war er als Projektleiter für die Implementierung von Controlling-Anwendungen und als Händler bei einer deutschen Großbank tätig. Neben der Seminar- und Beratungstätigkeit ist Markus Heinrich Mitherausgeber und Mitautor mehrerer Standard-

werke und Autor einer Vielzahl von Artikel zu aufsichtsrechtlichen Fragestellungen und zu Fragen des Kredit- und Risikomanagements.

---

## Einleitung

Im Schreiben der BaFin zur „Aufsichtliche Beurteilung bankinterner Risikotragfähigkeitskonzepte“ vom Dezember 2011 verlangt die Aufsicht in den Textziffern 94ff folgendes:

- Für die Risikotragfähigkeitsbetrachtung sind die Risiken über einen einheitlich langen künftigen Zeitraum zu ermitteln, der üblicherweise ein Jahr beträgt (Risikobetrachtungshorizont).
- Bei Marktpreisrisiken muss sichergestellt sein, dass auch bei wechselnden Positionen und zwischenzeitlichen Glattstellungen insgesamt nicht mehr RDP aufgezehrt werden kann, als für diese Risiken für den gesamten Risikobetrachtungshorizont allokiert ist.
- Eine konsistente Messung der Marktpreisrisiken im Rahmen der Risikotragfähigkeitsbetrachtung erfordert die Festlegung einer Haltedauer für Marktrisikopositionen sowie ein konsistentes Limitsystem, um die Risikonahme über den gesamten Risikobetrachtungshorizont steuern zu können.
- Bei der Festlegung der Haltedauer von Marktrisikopositionen kann daher ein potenzieller Abbau von Risikopositionen nur insoweit berücksichtigt werden, wie das Institut nachweisen kann, dass eine solche Steuerungsmaßnahme mit den Strategien, Risikosteuerungs- und -controllingprozessen sowie der Portfoliostruktur im Einklang steht. Dies schließt die konsistente Berücksichtigung der Ertrags- und Kostensituation nach einem unterstellten Abbau von Risikopositionen ein.

Es wird also deutlich, dass für alle Arten von Risiken, die im Rahmen der Geschäfts- und Risikostrategie als strategisch, d.h. dauerhaft wichtig für die Ertragssituation des Instituts, einschätzt werden, ein Risikohorizont von einem Jahr bzw. 250 (oder genauer 252) Tagen bankaufsichtsrechtlich gewollt ist. Dies bestätigt sich auch in der aktuellen Prüfungspraxis, nach der die Bundesbank die Haltedauer von einem Jahr verstärkt durchsetzt.

In der Praxis treten dabei eine Reihe von Fragen auf, die sich insbesondere daraus ergeben, dass die Institute bestehende Verfahren zur Risikomessung nicht einfach durch andere ersetzen können, da die technische Anbindung an ein Rechenzentrum und die zentrale Datenlieferung nur begrenzte Veränderungen zulassen.

Es ist häufig zu beobachten, dass Institute die bisherige Haltedauer von 10 oder 21 Tagen im System auf 250 Tage setzen, ohne zu analysieren, unter welchen Annahmen die Haltedauer gewählt wurde bzw. wird. Zwei Annahmen sollen dabei hervorgehoben werden:

- Es wird eine Datenhistorie von nur wenigen Jahren (zwei bis fünf Jahre sind häufig anzutreffen) zugrunde gelegt.
- Die Risikomessung erfolgt über eine historische Simulation oder einen Varianz-Kovarianz-Ansatz („skalierte Standardabweichung“), bei der die einzelnen Szenarien durch die tägliche Verschiebung erzeugt werden, so dass sich bei einer Historie von 500 Tagen und einer Haltedauer von 250 Tagen 250 Szenarien ergeben.

Diese Annahmen führen zu einer Reihe von Fragen, die im Rahmen von Prüfungen nicht adäquat beantwortet und insofern zu Feststellungen geführt haben:

- Ist die Datenhistorie lang genug, um eine sinnvolle Risikoaussagen für einen Risikohorizont von einem Jahr treffen zu können?

- 
- Führt die zeitliche Überlappung der historischen Szenarien zu risikounterzeichnenden Autokorrelationseffekten?
  - Wäre eine Risikomessung für eine kurze Haltedauer (z.B. 10 Tage) mit einer Wurzel-Zeit-Skalierung auf ein Jahr eine Alternative, um Autokorrelationseffekten zu entgehen und gleichzeitig eine risikokonservative VaR-Werte zu erhalten?

Die folgenden Seiten wollen Argumente zur Beantwortung dieser Fragen sammeln und damit zu einer vernünftigen Risikomessung beitragen.

Dazu soll noch eine weitere Prämisse gesetzt werden, die ein Axiom des Risikocontrollings sein sollte und deren Missachtung nach Dafürhalten des Autors mit zu der Finanzkrise beigetragen hat:

- Die Risikowerte ändern sich nur durch die Veränderung der den Risiken zugrunde liegenden Positionen, nicht aber (oder zumindest nur in geringem Maß) durch den Zeitablauf.

In der Vergangenheit haben kurze Daten-Historien von meist 250 Tagen zu im Zeitablauf stark schwankenden Risikowerten geführt (vgl. dazu auch meinen Artikel im Treasury-Jahrbuch 2013): Ruhige Zinsphasen oder wenig volatile Aktienmärkte haben die VaR-Werte abschmelzen lassen, was zu einer doppelten Belastung führt, wenn ein Risikoszenario eintritt, indem bei unveränderter Position die Risikowerte massiv ansteigen und gleichzeitig Bewertungsverluste auf die Position eintreten.

## 1. Vorgehen

Die Zeitreihe des Dow Jones liegt auf täglicher Basis seit Februar 1954 vor, die Zeitreihe von Gold (in USD) seit März 1968. Dies ermöglicht eine Analyse verschiedener Horizonte und Berücksichtigung von sich überlappenden Perioden und im Vergleich mit der Betrachtung sich nicht überlappender Perioden.

Da es keinen „richtigen“ historischen Horizont geben kann und Risikoberechnung auch für die Risikomessung keine „richtigen“ oder „falschen“ Werte liefern kann (wenn man davon ausgeht, dass es für einen Risikohorizont kein mathematisches Backtesting gibt), ergibt sich die Plausibilität oder Unplausibilität von Risikowerten im Vergleich verschiedener Rechenverfahren.

Da lässt sich zuerst die Berechnung eines Quantilswerts unterscheiden:

- Quantilswert über eine historische Simulation der logarithmierten Zeitreihenveränderungen
- Berechnung der Standardabweichung der logarithmierten Zeitreihenveränderungen und Skalierung mit Standard-Normalverteilungsquantilen

Danach stellt sich die Frage, wie die Risikowerte für einen Risikohorizont von einem Jahr (252 Tage) berechnet werden:

- Veränderung über 252 Tage
- Veränderung über 21 Tage, multipliziert mit  $\sqrt{252/21}$
- Veränderung über 10 Tage, multipliziert mit  $\sqrt{252/10}$
- Veränderung über 1 Tag, multipliziert mit  $\sqrt{252}$

Als drittes muss untersucht werden, ob überlappende Zeitperioden verwendet werden sollen oder sich die Perioden nicht überlappen dürfen. Im Fall der überlappenden Zeitperioden könnten Autokorrelationseffekte eintreten. Im Fall der nicht überlappenden Zeitperioden ergeben sich 10, 21 bzw. 252 verschiedene Zeitreihen, da ja nicht zwingend mit dem ersten Wert begonnen werden muss, sondern jede mögliche Variante durchgetestet werden kann.

Schließlich sollten die ermittelten Risikowerte unter dem Aspekt des Konfidenzniveaus untersucht werden, da sich die Struktur der Ergebnisse für unterschiedliche Konfidenzniveaus durchaus unterscheiden könnte.

## 2. Analyseergebnisse für den Dow-Jones-Index

### Verteilungsfunktion

Eine erste Analyse zeigt die Unterschiede zwischen dem Varianz-Kovarianz-Ansatz und der historischen Simulation. Für ein Konfidenzniveau von 99% zeigt sich in der Risikomessung (Risikowerte in allen oben dargestellten Veränderungen, mit Wurzelfunktion auf 252 Tage Haltedauer hochskaliert) folgendes Bild:

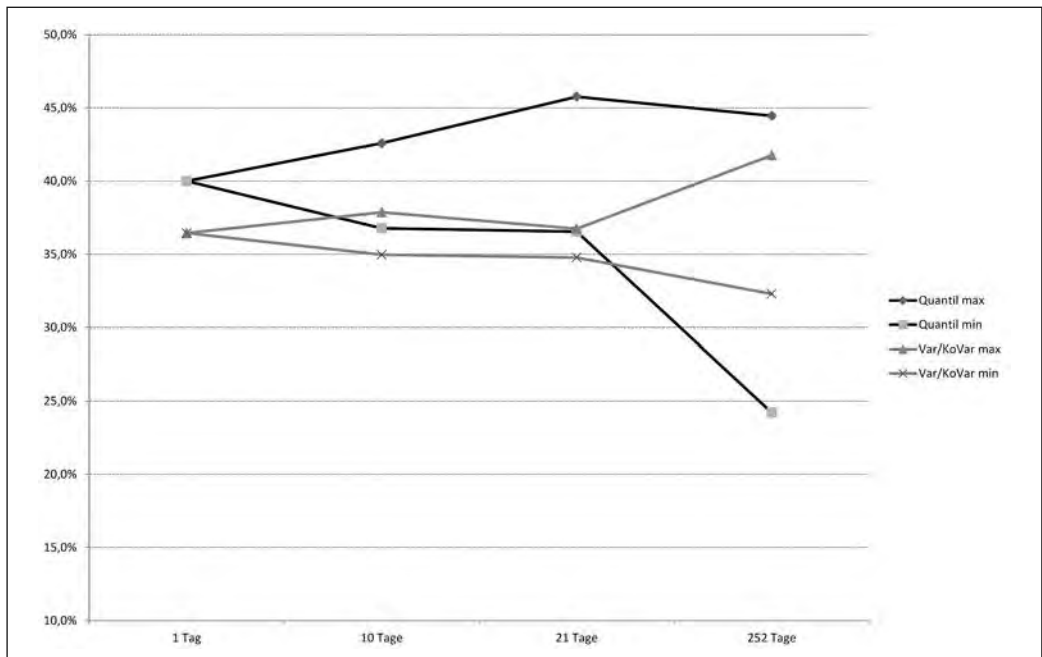


Abb. 1: Historische Simulation („Quantil“) und Varianz-Kovarianz-Ansatz für 99% Konfidenzniveau im Vergleich

Quelle: Eigene Berechnungen

Für 1, 10 und 21 Tage-Differenzen sind die ermittelten Risikowerte für die historische Simulation im Mittel deutlich höher als für den Varianz-Kovarianz-Ansatz. Für 252 Tage-Differenzen ergibt sich ein uneinheitliches Bild, das sich vor allem dadurch auszeichnet, dass sich je nach Jahreszeit

sehr unterschiedliche Risikowerte zeigen. Die höchsten Werte finden sich bei den Zeitreihen, die aus März-Werten gebildet wurden.

Ein anderes Bild zeigt sich bei der Berechnung von Risikowerten für 95% Konfidenzniveau:

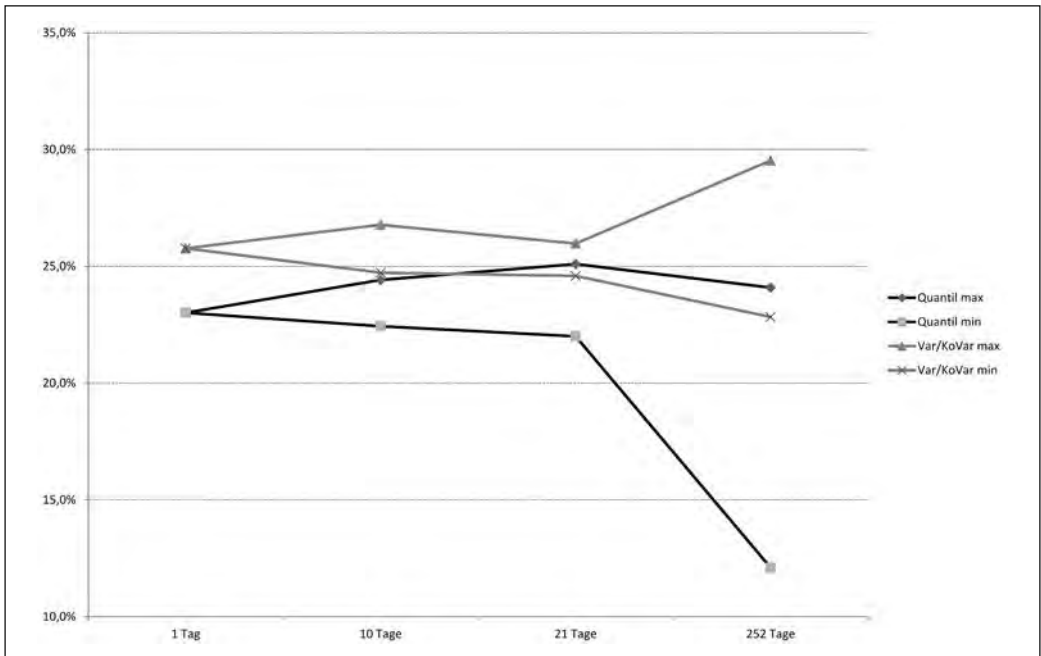


Abb. 2: Historische Simulation („Quantil“) und Varianz-Kovarianz-Ansatz für 95% Konfidenzniveau im Vergleich

Quelle: Eigene Berechnungen

Die Risikowerte für den Varianz-Kovarianz-Ansatz liegen fast durchweg über den Werten der historischen Simulation, so dass sich die Frage der Verteilungsannahme durchaus stellt.

### Autokorrelation und Länge der Veränderungen

Die zweite Analyse gilt der Frage, ob die Zeitreihen verschiedene Risikowerte liefern in Abhängigkeit von der Länge der Zeitperioden (1, 10, 21 und 252 Tage) und in Abhängigkeit von der Überlappung der Zeitperioden.

Für ein Konfidenzniveau von 99 % ergibt sich folgendes Bild:

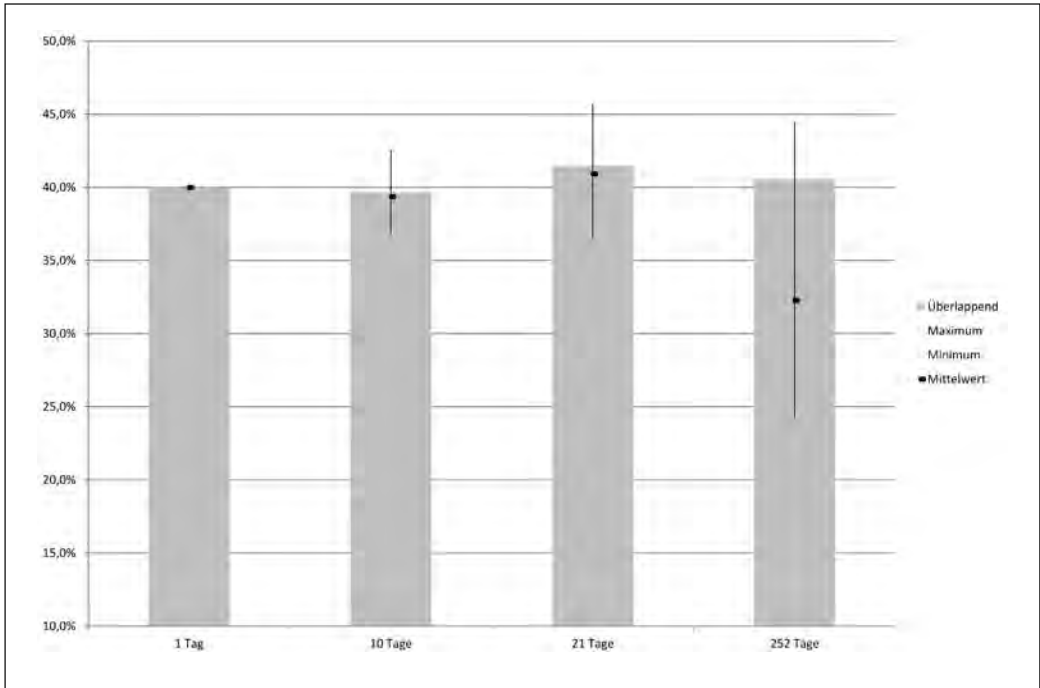


Abb. 3: Überlappende und nicht überlappende Zeitperioden für 99% Konfidenzniveau im Vergleich

Quelle: Eigene Berechnungen

Für 1-Tages-Veränderungen gibt es keine Überlappung. Daher sind die Werte identisch. Für 10 Tage ergeben sich 10 nicht überlappende Zeitreihen, die die als senkrechten Strich abgetragenen Maximal- und Minimalwerte liefern. Der Mittelwert ist über einen Punkt markiert. Für 21 Tage bzw. 252 Tage ergeben sich entsprechend 21 bzw. 252 nicht überlappende Zeitreihen. Wie aus der vorherigen Auswertung schon erkennbar ist, streuen die Risikowerte im Jahresverlauf sehr deutlich, so dass für Differenzen von 252 Tagen sorgfältig analysiert werden müsste, aus welchem Monat die Daten gewählt werden.

Insgesamt zeigt sich aber, dass die Werte, die sich bei der Überlappung ergeben (graue Balken), nur geringfügig von den Mittelwerten abweichen bzw. darüber liegen. Die Analyse zeigt auch eine weitgehende Unabhängigkeit der Risikowerte von der Länge der betrachteten Zeitperioden. Die Risikowerte weichen nur um ca. 2 % (im Fall der überlappenden Zeitperioden) ab.

Ein etwas anderes Bild zeigt die Auswertung auf Basis eines Konfidenzniveaus von 95 %:

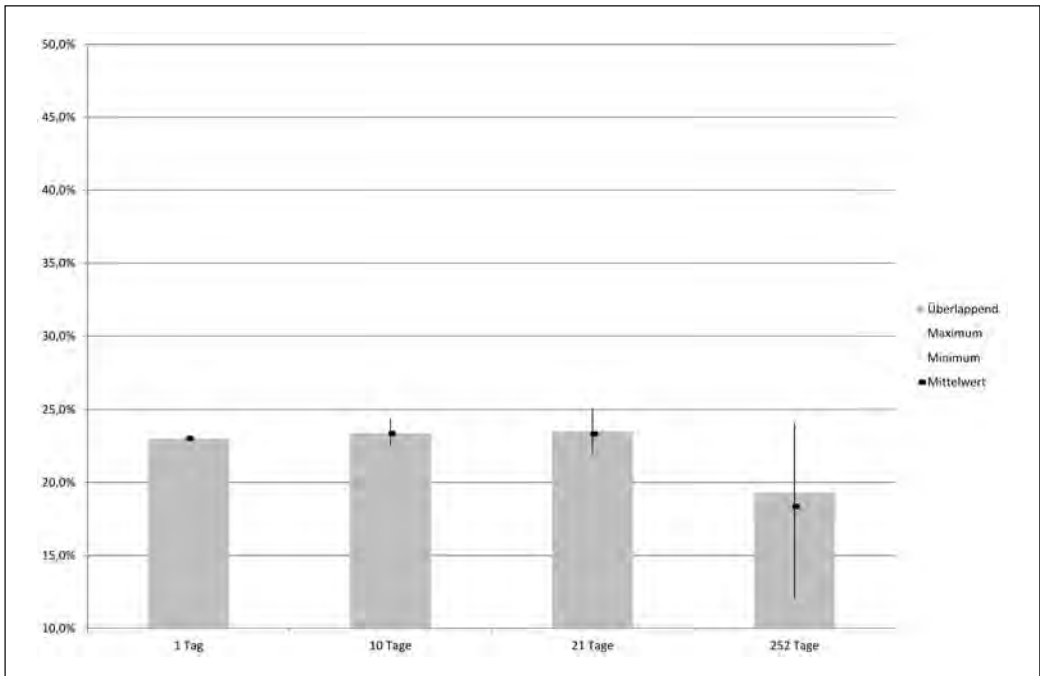


Abb. 4: Überlappende und nicht überlappende Zeitperioden für 95% Konfidenzniveau im Vergleich

Quelle: Eigene Berechnungen

Es wird deutlich, dass die eben getroffenen Aussagen für 10 Tage und 21 Tage weiterhin gültig sind.

Für eine Periode von 252 Tagen ist der überlappende Risikowert allerdings deutlich geringer. Dies ist jedoch offenbar nicht auf Autokorrelationseffekte zurückzuführen, da die nicht überlappenden Zeitreihen im Mittel sogar einen noch niedrigeren Wert ergeben. Die Ursache könnte in „Mean reversion“-Effekten zu suchen sein, d.h. dass die Zeitreihe des Dow Jones über längere Zeiträume einen risikoausgleichenden Effekt hat.

### 3. Analyseergebnisse für Gold

#### Verteilungsfunktion

Eine erste Analyse zeigt die Unterschiede zwischen dem Varianz-Kovarianz-Ansatz und der historischen Simulation. Für ein Konfidenzniveau von 99% zeigt sich in der Risikomessung (Risikowerte in allen oben dargestellten Veränderungen, mit Wurzelfunktion auf 252 Tage Haltedauer hochskaliert) folgendes Bild:

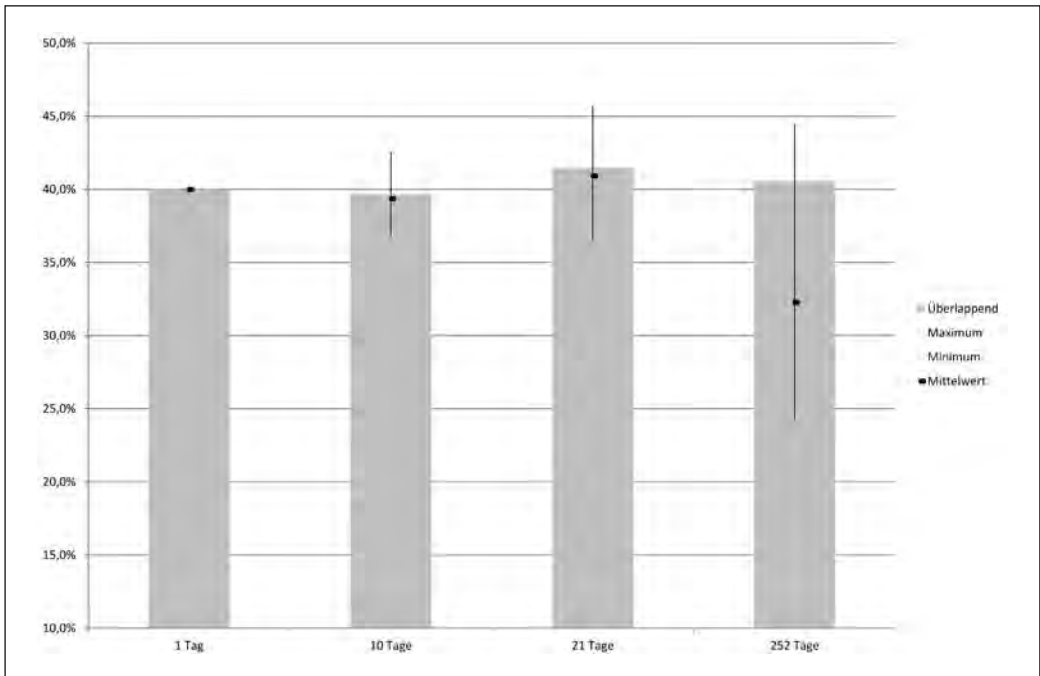


Abb. 5: Historische Simulation („Quantil“) und Varianz-Kovarianz-Ansatz für 99 % Konfidenzniveau im Vergleich

Quelle: Eigene Berechnungen

Für Gold ergibt sich ein ähnliches Bild wie für den Dow Jones. Die Risikowerte der historischen Simulation sind tendenziell höher, allerdings kippt die Argumentation bei den Zeitreihen für 252 Tage. Hier ist aber zu berücksichtigen, dass bei den hier betrachteten nicht überlappenden Zeitperioden je Zeitreihe lediglich ca. 45 Werte (1968 bis 2013) in die Berechnung einfließen und insofern bei einer Quantilsberechnung für ein Konfidenzniveau von 99 % Abstriche in der Aussagekraft gemacht werden müssen.



Auch hier zum Vergleich das Konfidenzniveau von 95%:

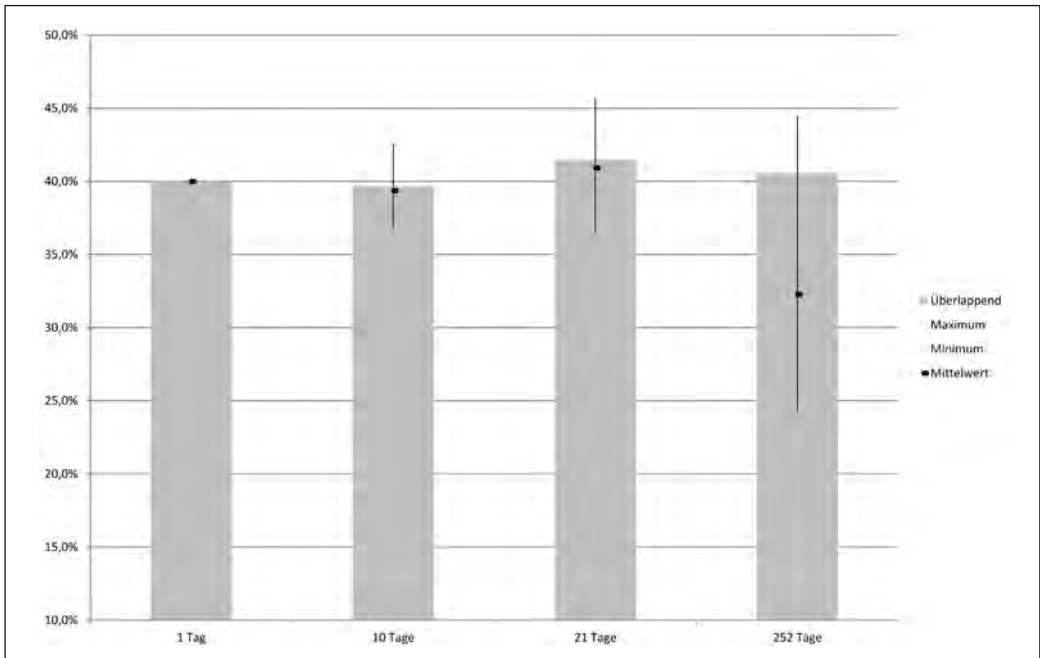


Abb. 6: Historische Simulation („Quantil“) und Varianz-Kovarianz-Ansatz für 95 % Konfidenzniveau im Vergleich

Quelle: Eigene Berechnungen

Hier wird sehr deutlich, die auf der Standardabweichung aufbauenden Werte durchweg höher sind, als die Werte, die sich aus der historischen Simulation ergeben.

### **Autokorrelation und Länge der Veränderungen**

Die zweite Analyse gilt der Frage, ob die Zeitreihen verschiedene Risikowerte liefern in Abhängigkeit von der Länge der Zeitperioden (1, 10, 21 und 252 Tage) und in Abhängigkeit von der Überlappung der Zeitperioden.

Für ein Konfidenzniveau von 99% bzw. 95% ergibt sich folgendes Bild:

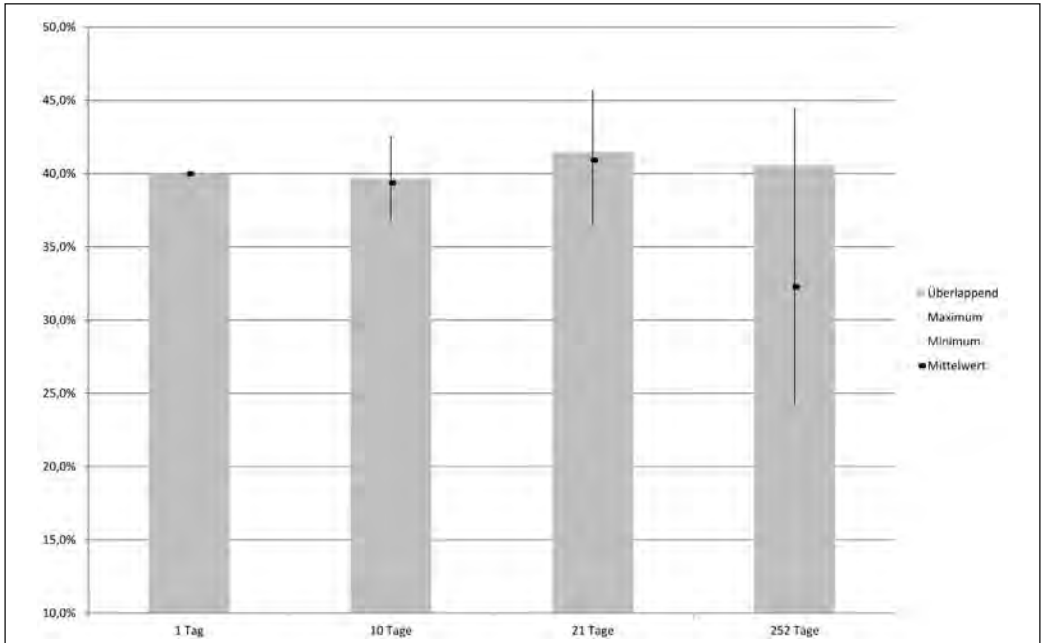


Abb. 7: Überlappende und nicht überlappende Zeitperioden für 99% Konfidenzniveau im Vergleich

Quelle: Eigene Berechnungen

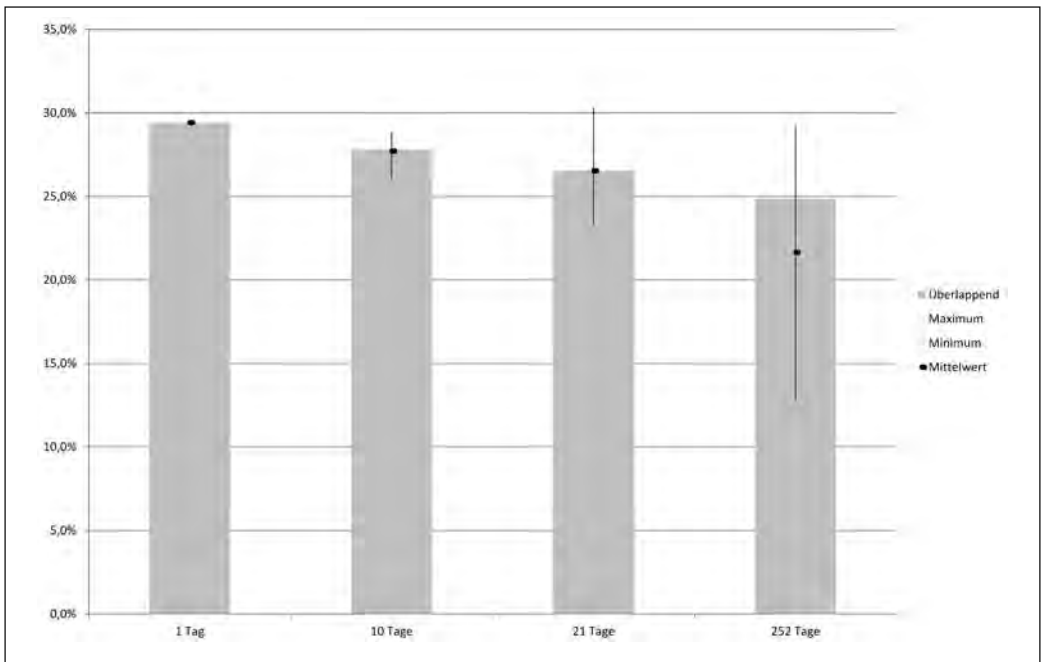


Abb. 8: Überlappende und nicht überlappende Zeitperioden für 95% Konfidenzniveau im Vergleich

Quelle: Eigene Berechnungen

Für die Gold-Zeitreihe ergeben sich folgende Ergebnisse:

- Unabhängig vom Konfidenzniveau nehmen die Risikowerte mit zunehmenden Zeitperioden (1, 10, 21 bzw. 252 Tage) ab. Der Effekt lässt sich sowohl in den überlappenden als auch in den nicht überlappenden Zeitreihen beobachten. Dies kann als Indiz dafür gewertet werden, dass auch in der Gold-Zeitreihe Mean-Reversion Effekte enthalten sind.
- Die überlappenden Zeitreihen liefern keine niedrigeren Risikowerte als der Mittelwert der nicht überlappenden Zeitreihen. Dies ist wiederum ein klarer Beleg für das Nichtvorhandensein von Autokorrelationen.

### Länge der Datenhistorie

Für die Gold-Zeitreihe wurde eine weitere Analyse durchgeführt, um die Abhängigkeit der Länge der Datenhistorie auf die berechneten Risikowerte zu untersuchen. Dazu wurden tägliche Veränderungen berechnet und mit Wurzel(252) auf eine Haltedauer von 252 Tage skaliert.

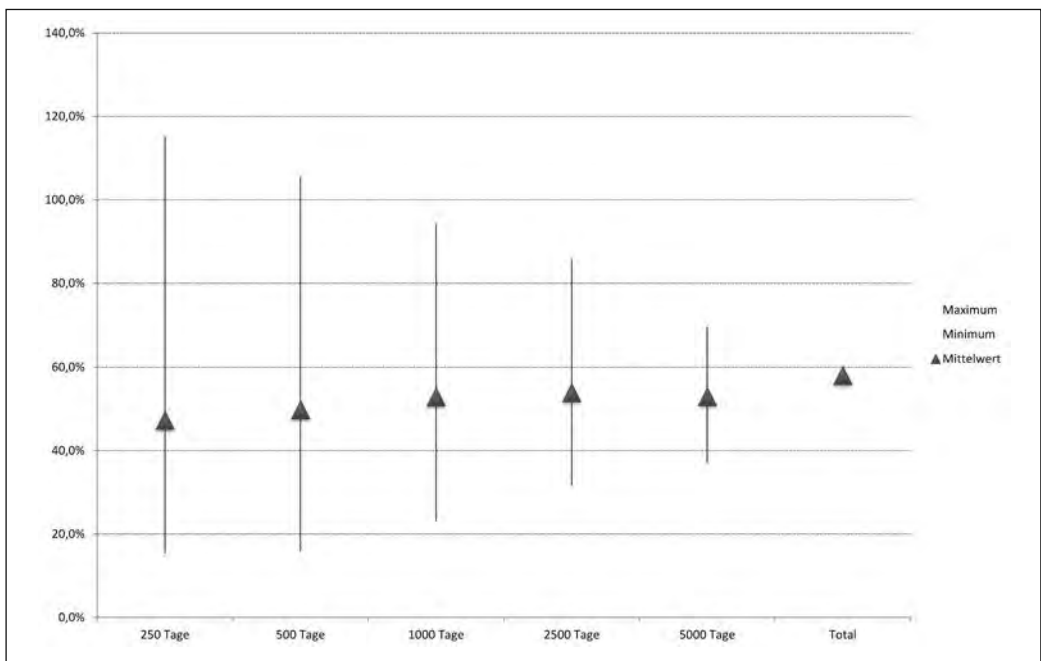


Abb. 9: Länge der Datenhistorie

Quelle: Eigene Berechnungen

Man sieht an der Grafik deutlich, dass die Streubreite der Risikowerte mit der Länge der Datenhistorie abnimmt. Gleichzeitig erhöht sich das mittlere Niveau der Risikowerte.

Insgesamt lässt sich aus der Analyse also ableiten, dass längere Zeitreihen stabilere Risikowerte liefern und insofern zu bevorzugen sind. Dies gilt insbesondere unter der vom Autor gesetzten Prämisse im Kapitel 1, wonach die Risikowerte nicht von der Historienlänge, sondern von der Risikoposition abhängen sollten.

## 4. Fazit

Die Analysen zeigen für die Risikomessung mehrere Schlussfolgerungen:

Der immer wieder vorgebrachte Schluss von Autokorrelationen infolge der Überlappung von Zeitperioden lässt sich verallgemeinert nicht halten. Die Analysen beider Zeitreihen belegen nicht das Auftreten von Autokorrelationseffekten.

Eine direkte Berechnung von Risikowerten für eine Haltedauer von einem Jahr kann nicht selbstverständlich aus einer Periodizität von 252 Tagen abgeleitet werden. Je nach Risikoart können auch kürzere Periodizitäten von 10 oder 21 Tagen mit einer entsprechenden Skalierung angebracht sein.

Auch die Länge der verwendeten Zeitreihe sollte im Rahmen der technischen Möglichkeiten kritisch hinterfragt werden. Insbesondere sollte das Augenmerk auf der durch die Zeitreihe bedingten und damit „zufälligen“ Veränderung der Risikowerte liegen.

Jedes Institut sollte die Risikomessmethoden einer sorgfältigen Validierung unterziehen und die verwendete Risikomessung immer wieder kritisch hinterfragen. Dazu können die gezeigten Analysen einen wichtigen Beitrag leisten. Denn damit lässt sich die sachgerechte Festlegung von Risikoparametern belegen.